

四庫全書

子部

欽定四庫全書

數學九章卷三上

宋 張九韶 撰

田域

按此卷以方圓斜直冪積相求即方田少廣勾股諸法而術中累乘累除錯綜變換與常法迥然其本則出於立天元一法今擇其難解者以立天元一法明之皆不攻自破矣

古池推元

問有方中古圓池埋地北餘一角從外方隅斜至內圓
邊七尺六寸欲就古跡修之欲求圓方方斜各幾何
答曰池圓徑三丈六尺六寸四百二十九分寸之
四百一十二

方面三丈六尺六寸四百二十九分寸之四
百一十二 方斜五丈一尺八寸四百二十
九分寸之四百一十二

術曰以少廣求之投胎術

按即益積之名

入之斜自乘倍之

為實倍斜為益方以半寸為從隅開投胎平方得徑
又為方面以隅併之共為方斜

草曰以斜七十六寸自乘得五千七百七十六倍之
得一萬一千五百五十二寸為實倍斜七十六寸得

一百五十二為益方

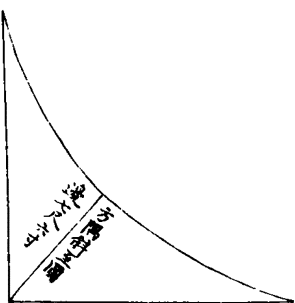
按有長方積先求長
其長濶較名益方

以半寸為

從隅開平方置實一萬一千五百五十二於上益方
一百五十二於中從隅五分於下於下起步約得百

古池圖

乃於實上商置三百寸方



再進為一萬五千二百再按

進者以百乘之也 隅五進為五千

按隅五分以百再乘得五千 以商隅相

生得一萬五千為正方以

消益方一萬五千二百其

益方餘二百以與商相生

得六百投入實得一萬二

千一百五十二又商隅相

生又得正方一萬五千內消負方二百訖餘一萬四千八百為從方

按倍正方減並方之數

一退為一千四百八十

以隅再退為五十乃于上商之次續商置六十寸與隅相生增入正方得一千七百八十乃命續商除實訖實餘一千四百七十四次以商生隅增入正方為二千八十方一退為二百八隅再退為五分乃於續商之次又商置六寸與隅相生增入正方為二百一十一乃命商除實訖實不盡二百六寸不開為分子

乃以商生隅增入正方又併隅共得二百一十四寸
五分為分母以分母分子求等得五分為等數皆以
五分約其分母分子之數為四百二十九分寸之四
百一千二通命之得池圓徑及方面皆三丈六尺六
寸四百二十九分寸之四百一十二又倍隅斜七尺
六十得一丈五尺二寸併徑三丈六尺六寸共得五
丈一尺八寸四百二十九分寸之四百一十二為方

斜

按此術以立天元一法明之法立天元一為池
徑即方邊自之得一平方為方冪倍之得二平
方為斜冪寄左次倍斜至步加天元一得一百
五十二寸多一元為方斜自之得二萬三千一
百零四寸多三百零四元多一平方亦為斜冪
與左相消兩邊各減一平方得二萬三千一百
零四寸多三百零四元與一平方等寸數為實
元數為較或兩邊各半之得一萬一千五百五

十二寸多一百五十二元多半平方與一平方
等寸數為實元數半方數共為較術中所用蓋
次數也然不如前數之便至開方法即有長方
積有長濶較帶縱先求長之法也

尖田求積

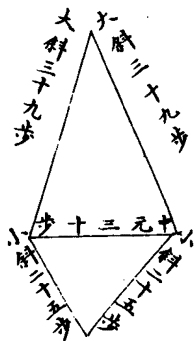
問有兩尖田一段其尖長不等兩大斜三十九步兩小
斜二十五步中廣三十步欲知其積幾何

答曰曰積八百四十步

術曰以少廣求之翻法入之置半廣自乘為半冪與
 小斜冪相減相乘為小率以半冪與大斜冪相減相
 乘為大率以二率相減餘自乘為實併二率倍之為
 從上廉以一為益隅開翻法三乘方得積

一位開盡者
不用翻法

尖田圖



草曰置廣三十步以半之得一十五自乘得二百二十五為半冪以小斜二十五步自乘得六百二十五為小斜冪與半冪相減餘四百與半冪二百二十五相乘得九萬步為小率置大斜三十九步自乘得一千五百二十一為大斜冪與半冪二百二十五相減餘一千二百九十六與半冪二百二十五相乘得二十九萬一千六百為大率以小率九萬減大率餘二十萬一千六百自乘得四百六億四千二百五十六

萬為實以小率九萬併大率二十九萬一千六百得三十八萬一千六百倍之得七十六萬三千二百為

從上廉

按從上廉平方和數也

以一為益隅開玲瓏翻法三乘

方步法乃以從廉超一位益隅超三位約商得十今再超進乃商置百其從上廉為七十六億三千二百萬其益隅為一億約實置商八百為定商以商生益隅得八億為益下廉又以商生下廉得六十四億為益上廉與從上廉七十六億三千二百萬相消從上

廉餘十二億三千二百萬又與商相生得九十八億
五千六百萬為從方又與商相生得七百八十八億
四千八百萬為正積與元實四百六億四千二百五
十六萬相消正積餘三百八十二億五百四十四萬
為正實又以益隅一億與商相生得八億增入益下
廉為一十六億又以益下廉與商相生得一百二十
八億為益上廉乃以益上廉與從上廉一十二億三
千二百萬相消餘一百一十五億六千八百萬為益

上廉又與商相生得九百二十五億四千四百萬為
益方與從方九十八億五千六百萬相消益餘八百
二十六億八千八百萬為益方又以商生益隅一億
得八億增入益下廉得二十四億又以商相生得一
百九十二億入益上廉得三百七億六千八百萬為
益上廉又以商生益隅一億得八億入益下廉得三
十二億畢其益方一退為八十二億六千八百八十
萬益上廉再退得三億七百六十八萬益上廉三退

得三百二十萬益隅四退為一萬畢乃約正實績置
置四十步與益隅一萬相生得四萬入益下廉為三
百二十四萬又與商相生得一千二百九十六萬入
益上廉內為三億二千六十四萬又與商相生得一
十二億八千二百五十六萬入從方內為九十五億
五千一百三十六萬乃命上續商四十除實適盡所
得八百四十步為田積今列求率開方圖於後

按此術以立天元一法明之法立天元一為尖

積即大小兩三角積和自之得一平方為和自乘
以半廣冪減大斜冪與餘積相乘得二十九萬一
千六百步為大三角積自乘以坐廣冪減小斜冪
與餘數相乘得九萬步為小三角積自乘二自乘
數併而倍之內減去和自乘得七十六萬三千二
百步少一平方為較自乘與和自乘再相乘得七
十六萬三千二百平方少一三乘方寄左次以大
小兩三角積相減餘二十萬零一千六百步為和

較相乘數自之得四百零六億四千二百五十六萬步與左相等則後步數為實前平方數為從上廉三乘方數即益隅與草中所取之數悉合

又按此苦以小率九萬步開平方得三百步即小三角積以大率二十九萬一千六百步開平方得五百四十步即大三角積併之得八百四十步即尖積其法甚易然必如此費算者殆欲用立天元一法不求分積即得所問之總積也

白象為實

二〇-T〇〇
餘

|||〇上〇
餘

實

三〇T|||T〇〇〇〇
實

三|||T〇〇
大率

相併

|||〇〇〇〇
小率

三|||T〇〇
得

倍之於上廉

倍數 ||

±T|||〇〇
從廉

益隅

觀學九章

九

-||||=|
大斜幕

相減 |||=||||
半幕

-||≡T
餘

相乘 -||≡T
半幕

=|||T〇〇
大率

=|||T〇〇
大率

相減 |||〇〇〇〇
小率

|||=||||
半幕

相減 T=||||
小斜幕

|||=||||

相乘 |||〇〇

|||〇〇〇〇
小率

三|||
大斜

自乘 |||≡

三〇
廣步
半之

-||||
半廣

自乘 ≡≡

|||=||||
半幕

二||||
小斜

自乘 |||≡

T=||||
小斜幕

正負開三乘方圖

術曰商常為正 實常為負 從常為正 益常

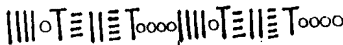
為負

商○

實

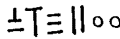
商○

實



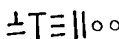
虛方

復廉



虛廉○

上廉



下廉○

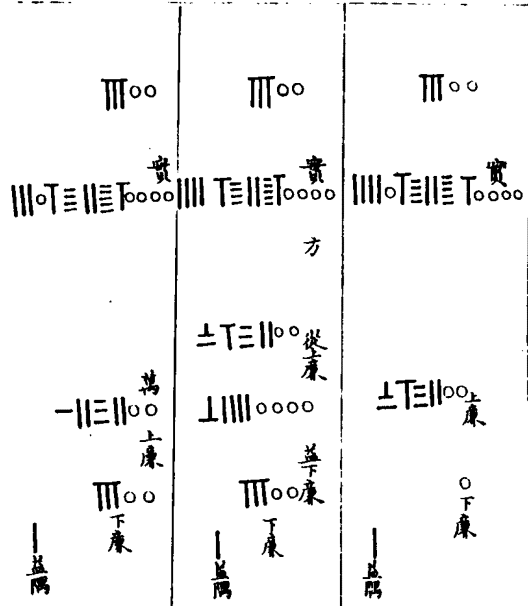
益上廉超一位
益隅超三位

商數進一位

益上廉再超一位

益隅再超三位

商數再進一位



入方
以商生上廉

消從上廉
以商生下廉

入益下廉
定以商生陽
上商八百為

商
☶○○

☶☶☶☶☶☶☶☶☶☶

☶☶☶☶☶☶☶☶☶☶
正積

☶☶☶☶☶☶☶☶☶☶
方

☶☶☶☶☶☶☶☶☶☶
康

☶☶☶☶☶☶☶☶☶☶
下康

—益陽

以負實消正
積其積乃有
餘為正實謂
之換骨

☶○○

☶☶☶☶☶☶☶☶☶☶
實

☶☶☶☶☶☶☶☶☶☶
方

☶☶☶☶☶☶☶☶☶☶
康

☶☶☶☶☶☶☶☶☶☶
下康

—益陽

以高生方得
正積乃與實
相減

教學九章

商 三〇〇

三三三三三三三三三三〇〇〇〇 實

三三三三三三三三三三〇〇〇〇 方

一三三三〇〇

一三〇〇
下康

一益
隔

消

以商生下康
入上廉内相

商 三〇〇

三三三三三三三三三三〇〇〇〇 實

三三三三三三三三三三〇〇〇〇 方

一三三三〇〇

三〇〇
下康

一益
隔

一變

以商生隔入
下廉

上

商
☰○○

☰☱☲☳☴☵☶☷○○○
實

☰☱☲☳○○○

☰☱☲☳☴☵☶☷
萬
上康

☰☱☲☳
下康
德

☰☱
益陽

入方內相消

以商生上康

商
☰○○

☰☱☲☳☴☵☶☷○○○
實

☰☱☲☳ 方

上正
康

☰☱☲☳○○○
上康
實

☰☱☲☳
下康

☰☱
益陽

相消

以正負上康

商
☰○○

☷☱☱☱○○○
實

☷☱☱☱○○○
方

☷☱☱☱○○○
上廉

☷○○
下廉

☱

二變

下廉

以商生隅入

商
☰○○

☷☱☱☱○○○
實

☷☱☱☱○○○
正方

☷☱☱☱○○○

☷☱☱☱○○○
圓方

☷○○
上廉

☷○○
下廉

☱

以正負方相

消

商
☰○○

商
☰○○

☷☱☲☳☴☵☶○○○實

☷☱☲☳☴☵☶○○○實

☷=☱☲☳☴☵○○○方

☷=☱☲☳☴☵○○○方

☷☱☲☳○○
上廉

☷☱☲☳○○
上廉

☷○○
下廉

☷○○
下廉

☰ 益陽

☷

三變
下廉
以商生隅入

入上廉
以商生下廉

商
☰☷

☰☷☰☷☰☷☰☷☰☷☰☷
實

☰☷☰☷☰☷☰☷☰☷☰☷
方

☰☷☰☷☰☷☰☷☰☷☰☷
康

☰☷☰☷☰☷☰☷☰☷☰☷
下康

商

偶入下康內

商置四十生

以方約實績

商
☰☷

☰☷☰☷☰☷☰☷☰☷☰☷☰☷
實

☰☷☰☷☰☷☰☷☰☷☰☷☰☷
方

☰☷☰☷☰☷☰☷☰☷☰☷☰☷
上康

☰☷☰☷☰☷☰☷☰☷☰☷☰☷
下康

商

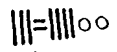
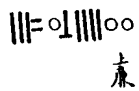
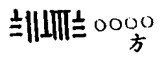
四變止

四退商績置

退下康三退隅

方一退上康二

商



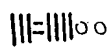
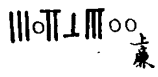
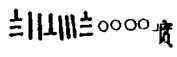
陽

下廉

入方內

以商生上廉

商



陽

下廉

入上廉內

以商生下廉

已上係開三乘方翻法圖後篇效此

三斜求積

問沙田一段有三斜其小斜一十三里中斜一十四里
大斜一十五里法三百步欲知為田幾何

答曰田積三百一十五頃

術曰以少廣求之以小斜冪併大斜冪減中斜冪餘
半之自乘于上以小斜冪乘大斜冪減上餘四約之
為實一為從隅開平方得積



草曰以斜一十三里自乘得一百六十九里為小斜
 冪以大斜一十五里自乘得二百二十五里為大斜
 冪併小斜冪得三百九十四里於上以中斜一十四
 里自乘得一百九十六里為中斜冪減上餘一百九
 十八里以半之得九十九里自乘得九千八百一里

於上以小斜冪一百六十九乘大斜冪二百二十五
得三萬八千二十五減上餘二萬八千二百二十四
以四約之得七千五十六里為實以為一隅開平方
以隅超步為一百乃於實上商置八十以商生隅得
八百為從方乃命上商除實餘六百五十六又以商
生隅入方得數退一位為一百六十隅退二位為一
乃於實上續商四里生隅入從方內得一百六十四
乃命續商除實適盡所得八十四里為田積其形長

八十四廣一里以里法三百步自乘得九萬步乘八十四里得七百五十六萬步以畝法二百四十除之得三萬一千五百畝又以頃法一百畝約之得三百一十五頃

按此術以立天元一法明之法立天元一為三角積倍之得二元自之得四平方為中長冪乘底冪以大斜為底寄之又以小斜冪與大斜冪相加內減中斜冪得一百九十八里半之得九

十九里為小分底與底相乘長冪自之得九千
八百零一里為小分底冪乘底冪之數又以小
斜冪大斜冪相乘得三萬八千零二十五里為
小分底冪乘底冪中長冪乘底冪各一內減小
分底冪乘底冪之數餘二萬八千二百二十四
里為中長冪乘底冪之數與寄數等兩邊各以
四約之得七千零五十六里與一平方等里數
為實方數即從隅也從二題同此

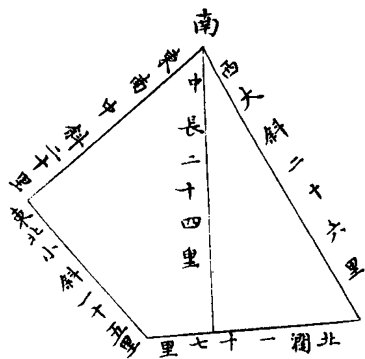
斜蕩求積

問有蕩一所正北濶一十七里自南尖穿徑中長二十四里東南斜二十里東北斜一十五里西斜二十六里欲知畝積幾何

答曰蕩積一千九百一十一頃六十畝

術曰以少廣求之置中長乘北濶半之為寄以中長累減西斜累餘為實以一為隅開平方得數減北濶餘自乘併中長累共為內率以小斜累併率減中斜

斜蕩圖



百八乃半之得二百四里為寄以中長自乘得五百

冪餘半之自乘於上以

小斜冪乘率減上餘四

約之為實以一為隅開

平方得數加寄共為蕩

積

草曰以中長二十四里

乘北濶一十七里得四

七十六為長冪以西斜二十六里自乘得六百七十
六為大斜冪以減長冪餘一百里為實開平方得一
十里以減北濶數一十七里餘七里自乘得四十九
里併長冪五百七十六得六百二十五為內率次置
東小斜一十五里自乘得二百二十五為小斜冪又
置東南中斜二十里自乘得四百為中冪却以小斜
冪併率得八百五十以減中冪四百餘四百五十乃
半之得二百二十五自乘得五萬六百二十五里于

上又以小斜畧二百二十五乘率六百二十五得一
十四萬六百二十五減上餘九萬里以四約得二萬
二千五百為實開平方得一百五十併寄二百四里
得三百五十四里為泛以里法三百六十自乘得一
十二萬九千六百步乘泛得四千五百八十七萬八
千四百步以畝法二百四十步約之得一千九百一
十一頃六十畝為蕩積

計地容民

問沙洲一段形如棹刀廣一千九百二十步從三十六
百步大斜二千五百步小斜一千八百二十步以安
集民每戶給一十五畝欲知地積容民幾何

答曰池積一百四十九頃九十五畝 容民九百

九十九戶 餘地一十畝

術曰以少廣求之置廣乘長半之為寄以廣冪併從

冪為中冪

按實大
斜冪

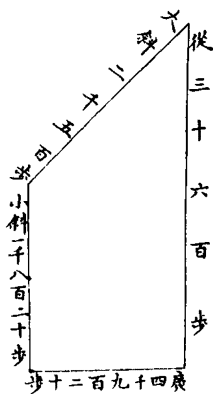
以小斜冪併中冪減大斜冪

按實
中斜

冪餘半之自乘于上以小斜冪乘中冪減上餘以四

約之為實以一為隅開平方得數加寄共為積以每戶給數除積得容民戶數

沙洲圖



草曰置廣一千九百

二十步乘從三千六

百步得六百九十一

萬二千步乃半之得

三百四十五萬六千

步為寄以廣自乘得三百六十八萬六千四百步為

廣冪又以從自乘得一千二百九十六萬步為從冪
併廣冪得一千六百六十四萬六千四百步為中冪
次以小斜一千八百二十步自乘得三百三十一萬
二千四百步為小斜冪又以大斜二千五百步自乘
得六百二十五萬步為大斜冪却以小斜冪併中冪
得一千九百九十五萬八千八百步以大斜冪減之
餘一千三百七十萬八千八百步乃半之得六百八
十五萬四千四百步自乘得四十六萬九千八百二

十七億九千九百三十六萬步於上次以小斜罽乘
中罽得五十五萬一千三百九十五億三千五百三
十六萬步減上餘八萬一千五百六十七億三千六
百萬為實以四約之得二萬三百九十一億八千四
百萬為實以一為隅開平方得一十四萬二千八百
步併寄三百四十五萬六千步共得三百五十九萬
八千八百步以畝法二百四十步除之得一萬四千
九百九十五畝次以頃法一百畝約之為一百四十

九頃九十五畝為地積又為實以每戶所給一十五畝為法除實得九百九十九戶不盡一十畝不及一戶所給數以為餘地一十畝

蕉田求積

問蕉葉田一段中長五百七十六步中廣三十四步不知其周求積畝合幾何

答曰田積四十五畝一角

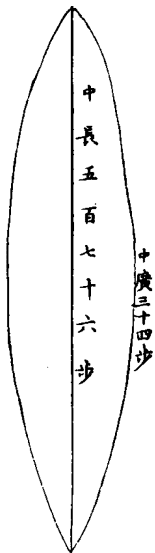
按六十步為一角
益四分畝之一也

十一

步六萬三千七十分步之五千二百一十三

術曰以長併廣再自乘又十乘之為實半廣半長各自乘所得相減餘為從方一為從隅開平方半之得積

蕉葉田



草曰以長五百七十六步併廣三十四步得六百一十兩度自乘

按即自乘再乘

得二億二千六百九十八萬一

千步進一位即是以十乘之得二十二億六千九百八十一萬步定得此數以為實置長五百七十六以半之得二百八十八自乘得八萬二千九百四十四於上又置廣三十四步以半之得一十七自乘得二百八十九減上餘八萬二千六百五十五為從方以一為從隅開平方得二萬一千七百四十二步不盡一萬四百二十六步以商生隅入方又併隅算共得一十二萬六千一百四十為母與不盡及開方田積

數皆半之田積定得一萬八百七十一步六萬三千
七十分步之五千二百一十三以畝法二百四十約
之得四十五畝一角一十一步六萬三千七十分步
之五千二百一十三

按此術以長與廣相加自乘再乘又以十乘之
為長方積以半長自乘半廣自乘相減為長濶
較求得闊折半為田積非法也此題中廣甚小
故得數較古法多七百餘較密法少二千七百

餘若設長為七百零七廣為二百九十三亦以此法求之長廣相加自之再之又十乘之得一百億為實半長半廣各自之相減得十萬零三千五百為長闊較求得闊折半得三萬零四百二十六步餘為田積依密法求之實十四萬四千九百餘步所差甚遠其術之不合顯然矣蓋數必三乘而後可以平方求之今再乘之後僅以十進之宜其不可用也

漂田堆積

問三斜田被水衝去一隅而成四不等直田之狀元中
斜一十六步如多長水直五步如少濶殘小斜一十
三步如弦殘大斜二十步如元中斜之弦橫量徑一
十二步如殘田之廣又如元中斜之勾亦是水直之
股欲求元積殘積水積元大斜元中斜二水斜各幾
何

答曰元積一百三十八步一十一分步之八

水積一十二步一十一分步一八

按應一十三步一十

一分步
之七

殘積一百二十六步

元大斜二十九步一十一分步之一

元小斜一十八步一十一分步之一

按應一十一分步之十

水大斜九步一十一分步之一

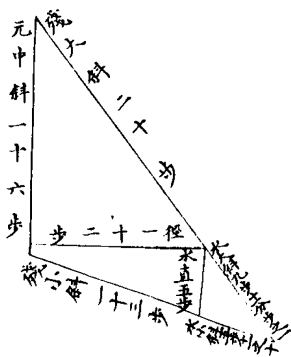
水小斜五步一十一分步之一

按應一十一分步之一

術曰以少廣求之連枝入之又勾股入之置水直減

中斜餘為法以中斜乘大殘為大斜實以法除實得
元大殘以殘大斜減之餘為水大斜以法乘徑又自
之為小斜隅以水直冪併徑冪為弦冪又乘徑冪又
乘中斜冪為小斜實與隅可約約之閉連枝平方得
元小斜以殘小斜減之餘為水小斜以水直乘之為
水實倍水小母為法除之得水積按此處法疎以水直併
中斜乘徑為實以二為法除之得殘積以殘積併水
積共為元積分者通之重有者重通之

漂田圖



十一分步之一為元大斜內減殘大斜二十步餘九
步一十一分步之一為水大斜以法一十一乘徑一

草曰以水直五減中
斜一十六餘一十一
為法以中斜一十六
乘大殘二十得三百
二十為大斜實以法
除之得二十九步一

十二

按乘徑可省

得一百三十二自之得一萬七十四百

二十四為小斜隅以水直五自乘得二十五為水直

冪以徑一十二自之得一百四十四為徑冪併水直

冪得一百六十九為弦冪以乘徑冪

按此乘徑冪亦可省蓋以此乘

復以此除徒為多算耳

一百四十四得二萬四千三百三十六於

上又以中斜一十六自乘得二百五十六為中斜冪

以乘上得六百二十三萬一十六為小斜實開平方

與隅求等得一百四十四俱約之實得四萬三千二

百六十四隅得一百二十一開方不盡以連枝術入
之用隅一百二十一乘實四萬三千二百六十四得
五百二十三萬四千九百四十四為定實以一為定
隅開平方得二千二百八十八為實以約隅一百二
十一除之得一十八步不盡一百一十一按一百一十整與
法一百二十一俱以一十一約之得一十一分步之
十為元小斜減殘小斜一十三步餘五步一十一分
步之一按十說一為水小斜通步內子得五十六以

按十說一
故下數誤

為水小斜通步內子得五十六以

水直五步乘之得二百八十為水實倍水小母一十
一得二十二為法除之得一十二步不盡一十六與

法俱以二約之為一十二步一十一分步之八

按應一十

三十一分步之七水積置中斜一十六併水直五得二十

一乘徑一十二得二百五十二以半之得一百二十

六為殘積以水併積共得一百三十八步一十一分

步之八為元積

按應一百三十九步一十一分步之七

數學九章卷三上

欽定四庫全書

子部

數學九章卷

三下
四上

詳校官欽天監博士臣古之雄

靈臺郎臣倪廷梅履勘

總校官候補中允臣王燕緒

校對官編修臣孫希旦

謄錄監生臣張龍圻

欽定四庫全書

數學九章卷三下

宋 秦九韶 撰

田域

環田三積

問環田大小圓田共三段環田外周三十步虛徑八步
大圓田徑一十步小圓田周三十步欲知三田積及
環田周通實徑大圓周小圓徑各幾何

答曰環田積二十步二百三十六萬二千二百五

十六分步之一百二十九萬八千二十五

通徑九步一十九分步之九 實徑一步一

十九分步之九 內周二十五步一十七分

步之五

大圓田積七十九步五十三分步之三 周

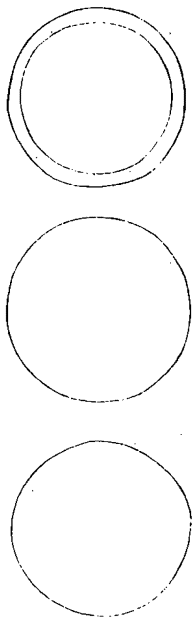
三十一步二十一分步之十三

小圓田積七十一步二百八十六分步之四

十三 徑九步一十九分步之九

術曰以方田及少廣率變求之各置圓環徑自乘為
冪進位為實以一為隅開平方得周各置環圓周自
乘為冪退位為實以一為隅開平方得徑以周冪或
徑冪乘各實以一十六約之為實以一為隅開平方
得圓積置環周冪乘徑實十六約之為大率置虛徑
冪乘內周實十六約之為小率以二率相減之餘以
自乘為實併二率倍之為從上廉一為益隅開三乘
方得環積置環周自乘退位為實一為隅開平方得

通徑以虛徑減通徑餘為實徑其有開不盡者約而命之



草曰置大圓徑一十步自乘得一百為徑幕進位得一千為實以一為隅開平方得三十一步不盡三十

九為分子乃以隅生方又益隅共得六十三為分母
以分子與母求等得三俱以三約之母子得二十一
分步之一十三為大圓周三十一步二十一分步之
一十三次以徑冪一百乘前實一千得一十萬以十
六約之得六千二百五十為實以一為隅開平方得
七十九步不盡九為分子乃以隅生方又增隅得一
百五十九為分母以分子母求等得三俱以三約母
子得五十三分步之三為大圓積七十九步五十三

分步之三次置小圓田周三十步自乘得九百為周
窳位得九十為徑實以一為隅開平方得九步不
盡九以隅生方又益隅得一十九步之九為小圓徑
九步一十九分步之九次以周窳九百乘前實九十
得八萬一千以十六約之得五千六十二步五分為
實以一為隅開平方得七十一步有不盡數二十一
步五分為子以隅生方又益隅得一百四十三為分
母以分子母求等得五分俱約之得二百八十六分

步之四十三為積次置環田周三十步自乘得九百
為周冪退位得九十為實以一為隅開平方得九步
不盡九為分子以隅生方併隅得一十九為分母直
命之為環田通徑九步一十九分步之九次以環周
冪九百乘環實九十得八萬一千以十六約之得五
千六十二步五分為大率次置環田虛徑八步自乘
得六十四為虛冪進位得六百四十為實以一為隅
開平方得二十五步不盡一十五為分子以隅生方

又併隅得五十一為分母與子求等得三俱約之得
一十七分步之五為環田內周二十五步一十七分
步之五次以虛冪六十四乘周實六百四十得四萬
九百六十以十六約之得二千五百六十為小率以
小率減大率餘二千五百二步五分自乘得六百二
十六萬二千五百六步二分五釐為實以大小二率
併之得七千六百二十二步五分倍之得一萬五千
二百四十五為從上廉以一為益隅開玲瓏三乘方

得二十步不盡三十二萬四千五百六步二分五釐
為分子續商無數乃以益隅一益下廉八十併之得
八十一為減母次以從上廉一萬二千八百四十五
併從方五十七萬七千八百得五十九萬六千四百
五以母八十一減之餘五十九萬五千六百六十四為分
母以分子求等得二分五釐俱約之得二百三十六
萬二千二百五十六分步之一百二十九萬八千二
十五為環田積二十步二百三十六萬二千二百五

十六分步之一百二十九萬八千二十五次置環田
通徑九步一十九分步之九以虛徑八步減之餘一
步一十九分步之九為環田實徑合問

按周徑相求以進位退位為實者蓋以徑一周
三有奇徑一自之仍得一周自之略與十等故
徑累升一位為周累周累降一位為徑累以省
算亦法之巧者其徑求周較密率約大一百五
十七分之一周求徑約小一百五十九分之一

然較古率則已密矣其周冪徑冪相乘十六約
之開平方得圓積者蓋周徑相乘四歸得圓積
徑自乘為方積故四歸亦展為自乘十六之數
約之得四分徑之冪乘周冪之數故開方得圓
積至求環積與前求尖田積同但彼立天元一
為兩積之和此立天元一為兩積之較耳其式
如左

法立天元一為環田積即內外兩圓積之較自

之得一平方為較自乘以大小率

即二圓積
各自乘

併而

倍之得一萬五千二百四十五步內減較自乘得

一萬五千二百四十五步少一平方為扣自乘與
較自乘再相乘得一萬五千二百四十五平方少

一三乘方寄之次以大小率相減餘二千五百零

二步五分為扣較相乘再自之得六百二十六萬

二千五百零六步二分五釐與寄數等即為實寄

數內平方數即從上廉三乘方數即益隅

三〇

Ⅲ

一〇

三〇

此圖照問列位以後照草運算

乃先置次大徑以上副自乘得中以中進位為次
實以一為下隅

一〇

一〇

一〇

一〇〇〇

一

三	三	三 。	。
三 。	。	。	- 。
		三	。
三	三	三	三 。
三	三	。	- 。
			三

三 |
- |||
= |

凡九變至此得大圓徑次求大圓積

○○
-○○○
○○○○

上副自乘得中以次約之得下為實

|||○
○
|
=○
-|||○
±

<p>± 卍</p> <p>卍</p> <p>卍 卍</p> <p>○</p>	<p>± 卍</p> <p>卍</p> <p>卍 卍</p> <p> </p>	<p>± ○</p> <p>- 卍 卍 ○</p> <p> 卍 ○</p> <p> </p>	<p>± ○</p> <p>- 卍 卍 ○</p> <p>卍 ○</p> <p> </p>
<p>± 卍</p> <p>卍</p> <p> 卍 卍</p> <p>卍</p>	<p>± 卍</p> <p>卍</p> <p> 卍 卍</p> <p>卍</p>	<p>± 卍</p> <p>- 卍 卍 ○</p> <p> 卍 卍</p> <p> </p>	<p>± ○</p> <p>- 卍 卍 ○</p> <p>- 卍 ○</p> <p> </p>

上三三
 三三
 〇

凡十一變至此得大圓積次求小圓徑

三〇
 三〇
 三〇〇
 〇
 三〇
 〇
 一

三
 三〇
 三〇
 一
 三
 三〇
 三
 一

三
 三
 三
 一〇
 三
 三
 一三
 一〇

☵ ☵ ☵

凡七變至此得小圓徑次求小圓積

☵ ○ ○

☵ ○

☵ - ○ ○

- 丁

☵ ○

☵ ☵ ☵

○

丨

☵ ○

☵ ○ ☵ ☵ ☵

☵

丨

☵ ○

☵ ☵ ☵

☵

丨

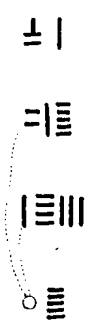
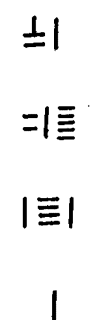
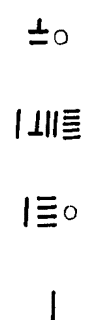


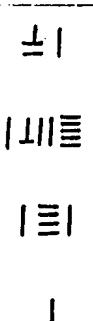
☵ ○

☵ ☵ ☵

- ☵ ☵

丨

一十一變得小圓積次求環田通徑當求環田
 通徑蓋環田之外周三十步與小圓田外周同

 <p>☱ ☱ ☱ ☱☱ ☱ </p>	 <p>☱ ☱ ☱ ☱☱ </p>	 <p>☱ ☱☱ ☱☱ </p>
 <p>☱ ☱☱ ☱☱ ☱☱ </p>	 <p>☱ ☱☱ ☱☱ </p>	 <p>☱ ☱☱ ☱☱ </p>

則不遇與前七變諸圖一理茲不復繁乃求實

徑

<p>二○</p> <p> ○</p> <p> ○</p> <p> </p>	<p>二○</p> <p>┐ ○</p> <p> ○</p> <p> </p>	<p> ○ </p> <p>┐</p> <p>┐</p>
<p>二○</p> <p> </p> <p> ○</p> <p> </p>	<p>二</p> <p> ○</p> <p> ○</p> <p> </p>	<p>┐ </p> <p>┐ ○</p> <p> </p>

凡九變得環田內周次求環積

二||||

||||

-||

二||||

-||||

≡|||
|

二||||

|||○

≡||||

|

二||||

-||||

≡|

|||

二||||

-||||

≡||||

|

T=T=||||○T=||||

≡○⊥||≡

=||||⊥○

⊥T=||≡

||

≡⊥||≡

=||||○

=||||○||≡

=||||○||≡

⊥||||

T≡○

||||○||⊥

—T

=||||⊥

只此小率與前大

率兩者求實徑

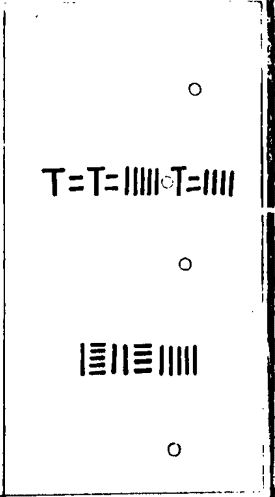
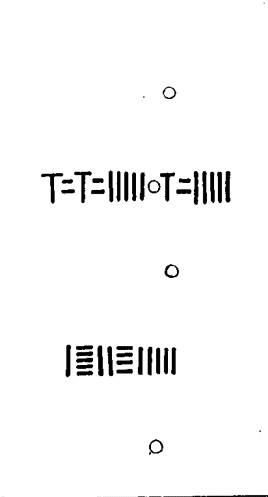
二率相乘減得餘

以餘自乘得後實

併二率為得數

倍得數為從上

廉以一為益隅



|

步 乃商置二十

|

位 從上廉超二
位益隅超三

二〇

T=T=|||||〇T=|||||

〇

||| ||| ||| |||

〇〇

|

以商生隅入
下廉

二〇

T=T=|||||〇T=|||||

〇

||| ||| ||| |||

||〇

|

以下廉生貞
廉

二〇

T=T=|||||〇T=|||||

〇

||| ||| ||| |||

||〇

|

生方
以商與上廉

二〇

T=T=|||||〇T=|||||

〇

||| ||| ||| |||

|||〇〇

||〇

|

上廉
廉相消得正
以負廉與正

二〇

☱☱☱☱○☵☱☱☱

☱☱☵☱○

☱☱☱☱

☱○

┆

又以商生隅
入下廉

二〇

☵☵☱☱○☵☱☱☱

☱☱☵☱○

☱☱☱☱

☱○

┆

以方法命商
除實

二〇

三三三三三〇T=三三三

二二二T三〇〇

三三三三三

三〇〇

三三

一

廉相消
負上廉與正

二〇

三三三三三〇T=三三三

二二二T三〇〇

三三三三三

三三〇

一

數
生負上廉得
以下廉與商

多
少
分
下

二〇

☰☷☱☲☵☴☶☳

☱☲☵☴☶☳

☵☴☶☳

☱☲

☵

二〇

☰☷☱☲☵☴☶☳

☱☲☵☴☶☳

☵☴☶☳

☱☲

☵

入下廉
商陽又相生

方
商與上廉生

二〇

☰☱☲☳☴☵☶☷

☱☲☳☴☵☶☷

☱☲☳☴☵☶☷

☱

一

商又與陽生

入下廉

方一退上廉

二〇

☰☱☲☳☴☵☶☷

☱☲☳☴☵☶☷

☱☲☳☴☵☶☷

☱

一

再退下廉三

退陽四退

無商以上廉

併入方隅併

下廉

二〇

☰☱☲☳☴☵☶☷

☱☲☳☴☵☶☷

☱☲☳☴☵☶☷

☱

一

二〇

☰ || ☱ ||| ○ T = |||

☱ ||| ○ ||| ⊥ |||

○ = |||

○

得數

二〇

☰ || ☱ ||| ○ T = |||

☱ ||| ○ ||| ⊥ |||

○

○

○

求等約之

二〇

☰ || ☱ ||| ○ T = |||

☱ ||| ○ T ☱ |||

☱ |

○

消命為母
與正方廉相
益隅併負廉

二。

|=||||。=||||

||≡T=||≡T

開三乘方凡二十變至此得環田積數

求實徑但以虛徑減通徑餘一步一十九分步之九
為環田實徑

均分梯田

問戶業田一段若梯之狀南廣小三十四步北廣大五

十二步正長一百五十步合係兄弟三人均分其田
邊道各欲出入其地形難分經官乞分南甲乙北丙
欲知其田共積各人合得田數及各段正長大小廣
幾何

答曰田共積二十六畝二百一十步

甲得八畝三角五十步 小廣三十四步係

元南廣 大廣四十步五萬八千七百九分

步之五萬二千二百八十四大約百分步之

八十九 正長五十七步二千四十五分步
之 百五十三大約一百分步之四十一分
乙得八畝三角五十步 小廣同甲大廣
大廣四十六步八萬四千八百二十六億
八千九百五十七萬二千六百五十一分步
之六萬五千八百七十四億五千四百八十
二萬五千二百八十三計大率約百分步之
七十七分半強 正長四十九步四億一千

二百四十萬六千二百九分步之二十二
七萬六千三百一十九大約百分步之四分
九釐

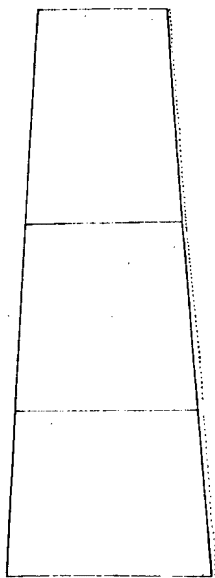
丙得八畝三角五十步 小廣同乙大廣

大廣五十二步係元北廣 正長四十三步

八千四百三十三億七千九十九萬一千九百
五分步之四千四百八十八億八千六百二
萬九千四十六大約百分步之五十三分強

術曰以少廣及從法求之併兩廣乘長得數以分田
人數約之為通率半之為各積以長乘各積為共實
以長乘南廣為甲從方二廣差半之為共隅開連枝
平方得甲截長以甲長除通率得數減小廣餘為甲
廣即為乙小廣以元長乘乙小廣為乙從方置共隅
共實開連枝平方得乙截長以乙長除通率得數減
乙小廣餘為乙大廣即為丙小廣併甲乙長減元長
餘為丙長以元大廣為丙大廣各有分者通之

梯田圖



草曰置小廣三十四併大廣五十二得八十六乘長
一百五十得一萬二千九百為實以兄弟三人約之
得四十三百為通率半之得二十一一百五十為各積

以法二百四十步約之得八畝不盡二百三十步
以角法六十步約之得三角五十步是三人各得八
畝三角五十步以元長一百五十步乘各積二十一
百五十得三十二萬二千五百為共實以長一百五
乘小廣三十四得五千一百為甲從方以小廣大廣
餘一十八乃半之得九為共隅開連枝平方開方草
更不繁
具得五十七步不盡三約為二千四十五分步之八
百五十三為甲截長乃以分母二千四十五通全步

內子共得一十一萬七千四百一十八為法又以分母
乘通率四千三百得八百七十九萬三千五百為實以
法除之得七十四步不盡一十萬四千五百六十八與
法求等得二俱約之為五萬八千七百九分步之五萬
二千二百八十四乃以小廣三十四步於所得全步七
十四步內減之餘四十步五萬八千七百九分步之五
萬二千二百八十四為甲大廣即為乙小廣今次求乙
長乃以分母五萬八千七百九通乙小廣四十步得二

百三十四萬八千三百六十內子五萬二千二百八十
四得二百四十萬六百四十四又元長一百五十乘之
得三億六千九萬六千六百為乙從方又以分母五萬
八千七百九通共實三十二萬二千五百得一百八十
九億三千三百六十五萬二千五百為乙實又以分母
通共隅九得五十二萬八千三十一為乙從隅開
連枝平方更不
立單得四十九步不盡二十二十七萬六千
三百十九隅併方共得四億一千二百四十萬六千三

百九為母與不盡求等單一不可約乃定為四十九步
四億一千二百四十萬六千三百九分步之二千二十
七萬六千三百一十九為乙截長以乙長母通全步內
子得二百二億二千八百一十八萬五千四百六十為
法以乙長七千七百三十三億四千七百一十二萬八
千七百為實以法除之得八十七步不盡一百三十四
億九千四百九十九萬三千六百八十與法求等得一
百四十俱約之為八十七步一億四千四百四十八萬

七千三十九分步之九千六百三十九萬二千八百一
十二為得數乃以乙小廣母五萬八千七百九乘得數
子九千六百三十九萬二千八百一十二得五萬六千
五百九十一億二千五百五十九萬九千七百八為泛
却以得數母一億四千四百四十八萬七千三十九分
乘乙小廣子五萬二千二百八十四得七萬五千五百
四十三億六千三十四萬七千七十六為寄數於上乃
以小廣母五萬八千七百九乘得數母一億四千四百

四十八萬七千三十九得八萬四千八百二十六億八千九百五十七萬二千六百五十一以寄減泛今不及減乃破全步一為分併泛得八十六步十四萬一千四百一十八億一千五百一十七萬二千三百五十九減去小廣四十步及分餘四十六步八萬四千八百二十六億八千九百五十七萬二千六百五十一分步之六萬五千八百七十四億五千四百八十二萬五千二百八十三為乙大廣亦丙小廣求丙長置甲長五十七步

二千四十五分步之八百五十六乙長四十九步四億
一千二百四十萬六千三百九分步之二千二十七萬
六千三百一十九以甲乙分母互乘以甲乙分母相乘
得甲正長五十七步八千四百三十三億七千九百萬
一千九百五分步之三千五百三十億一千九百八十
萬五百四億乙正長四十九步八千四百三十三億七
千九十萬一千九百五分步之四百一十四億六千五
百七萬二千三百五十五併甲乙長及分共長一百六

步三千九百四十四億八千四百八十七萬二千八百五十九分用減元長一百五十步先破一步通分母作八千四百三十三億七千九十九萬一千九百五減去甲乙長長餘四十三步八千四百三十三億七千九十九萬一千九百五分之四千四百八十八億八千六百二萬九千四十六為丙正長

按此術以立天元一法明之法立天元一為甲正長南北廣差折半得九以乘天元得九元以

共正長除之得一百五十分天元之九為甲之
半廣差與小廣相加得三十四步多一百五十
分元之九再以天元乘之得三十四元多一百
五十分平方之九即與每人分田二千一百五
十步等兩數各以分母一百五十乘之得三十
二萬二千五百步與九平方多五千一百元等
步數為實元數為從方平方數為隅得甲正長
求乙丙長廣同此但多一帶分故其數較繁

九章

卷九

九

數學九章卷三下

欽定四庫全書

數學九章卷四上

宋 秦九韶 撰

測望

按測望之法見於晉劉徽海島算經原名重差其書一卷九題法簡數密此卷本其法而擴充之於古人之意實多所發明然其中譌舛之處較他卷尤甚今悉為正之至術有未合者更設法以附其後焉

望山高遠

問名山去城不知高遠城外平地有木一株高二丈三尺假為前表乃立後表與木齊高相去一百六十四步先退前表三丈九寸次退後表三丈一尺三寸斜望山峯各與其表之端參合人目高五尺里法三百六十步步法五尺欲知山高及遠各幾何

答曰高二十里半零三步五分步之三 遠二十

七里三百二十八步五百七十五分步之六

十七

按術數誤後入目距山係三十五里二百三十
九步一尺三寸其故詳後

術曰以勾股求之重差入之置二退表相減餘為高
法通表間併法於上以目高減表高餘乘上為寔寔

如法而一得山高以法乘表高為遠法

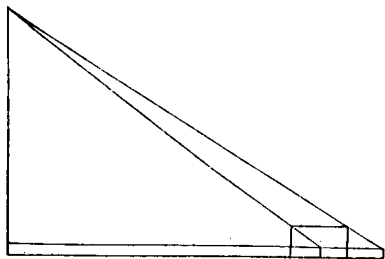
按此條法誤
應以法

乘表高與人
目去地之較以退後表乘高寔為遠寔寔如法而一

得山遠

望山高遠圖

按舊圖畫山木在術
前今山改移於此



草曰置後退表三丈一尺三
寸減前退表三丈九寸餘
四寸為高法置表去木一百
六十四步以步法五十寸
通得八千二百寸為表間
併法四寸得八千二百四
寸於上以目高五尺

減表高二丈三尺餘通之為一百八十寸乘上得一
百四十七萬六千七百二十寸為高實實如高法四
寸而一得三十六萬九千一百八十寸為積寸次以
步法五十寸約之得七千三百八十三寸五分步之
三次以里法三百六十步約之得二十里一百八十
三步五分步之三為山高按此所得係人目上之山高若加人目高則多一步
次以法四寸乘表高二丈三尺得九百二十為遠法
按誤以前以退後表三丈一尺三寸乘高實一百四十七

萬六千七百二十寸得四億六千二百二十一萬三
千三百六十寸為遠實實如遠法九百二十寸而一
得五十萬二千四百五寸二十三分寸之一十九為
積寸乃以步法五十寸乘遠法九百二十寸得四萬六
千寸為法亦除遠實得一萬四十八步不盡五千三
百六十與法求等得八十俱以約之得五百七十五
分步之六十七又以里法三百六十步約得二十七
里三百二十八步五百七十五分步之六十七為山

去後表入立望處等圖如後

按術中求山高法合其求遠以表高乘高法為
遠法則誤蓋本法應即以高法為遠法以退後
表乘表問并法為寔即得後人目距山之遠今
以退後表乘高寔為寔而高寔乃目高減表高
乘表減併法之數則遠法亦當以目高減表高
乘高法今即以表高乘之則法數大故得數小
也

||-||

|||○|||

|||

|上|||

≡○

≡||○○

≡|○|||

≡○

||≡○

≡|○|||

-|||○

||≡|||○

乃以頭位八千二百四寸乘中一百八十寸得一百
四十七萬六千七百二十寸為高寔



乃以步法五十寸乘中位遠法九百二十寸得下位
 四萬六千寸為後圖中位步寸法

|||⊥|⊥|||⊥○

|||⊥○○○

|○≡|||

≡|||⊥○

|||⊥○○○

|○≡|||

|||⊥○

||⊥

||||⊥||||

⊥|||

乃以中除上得下位里數及零步其不盡寸與法求得八十俱約之為步分母子之數

臨臺測水

問臨水城臺立高三丈其上架樓其下址側脚濶二尺
護岸排沙下橋去址一丈二尺外椿露土高五尺與
址下平遇水漲時浸至址今水退不知多少人從樓
上欄杆腰中駕一竿出外斜望水際得四尺一寸五
分乃與竿端參合人目高五尺欲知水退立深洄岸

斜長自臺址至水際各幾何

按算題固不厭其難然必簡而不漏繁而不贅始為合作如此題本意謂竿端與臺址上下懸直則側脚闊二尺句已贅又不明言人目距臺邊遠近皆故為黠黠也

術曰以勾股變法兼少廣求之求涸岸斜長置出竿乘臺高為段以去基乘段為闊泛以岸高乘段為淺泛以目高乘去基為約泛三泛可約者約之為定率

不可約徑為率以闊率自乘為闊幕以淺率自乘為
淺幕併闊淺二幕共為竣幕復乘闊幕於上以臺高
幕乘上為竣實次以闊率乘淺率為寄以臺高數乘
闊率又乘約率得數內減寄餘自乘為竣隅驗竣實
竣隅兩者可約求等約之為竣定實竣定隅開同休
連枝平方得竣岸斜長同休格先以隅開平方得數
名同隅以同隅乘定實開之
得數為實以同隅為法除之得竣斜按此條誤草
中乃即以定實開平方得數以同隅除之為竣斜也
求水退深基岸高幕乘竣定實為深實以去岸幕併

岸為霧乘竝定為深隅

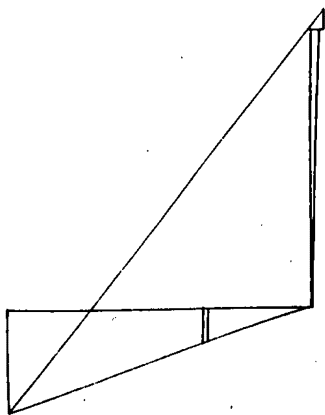
其深實深隅可約約之仍以同休格入之

開連枝

平方得水退深

臨臺測水圖

按舊圖畫樓臺不畫正高在術前今改正移于此



草曰以出竿四

十一寸五分乘

臺高三十尺得

一百二十四尺

五寸為段以去

址一十二尺乘段得一千四百九十四以為闊泛以
護岸高五尺乘段一百二十四尺五寸得六百二十
二尺五寸為淺泛以目高五尺乘去址一十二尺得
六十尺為約泛以闊泛淺約泛三者求等等得一尺
五寸皆以約其闊泛得九百九十六尺為闊率其淺
泛得四百一十五尺為淺率其約泛得四十尺為約
率以闊率九百九十六自乘得九十九萬二千一十
六尺為闊冪以淺率四百一十五自乘得一十七萬

二千二百二十五尺為淺冪併闊淺二冪得一百一十六萬四千二百四十一為竣冪以闊冪九十九萬二千一十六尺乘竣冪得一萬一千五百四十九億四千五百六十九萬九千八百五十六尺於上又以臺高三十尺自乘得九百尺為臺高冪乘上得一十三十九萬四千五百一十一億二十九百八十七萬四百尺為竣實次以闊率九百九十六乘淺率四百一十五得四十一萬三千三百四十為守以臺高三

十乘闊率九百九十六得二萬九千八百八十文乘
約率四十得一百一十九萬五千二百內減寄餘七
十八萬一千八百六十尺自乘得六千一百一十三
億五百五萬九千六百尺為隅以隅與竣實求等得
二千四百八十萬四百俱以約之得四千一百九十
一萬二千六百七十六尺為竣定實得二萬四千六
百四十九為竣定隅開同休連枝平方得竣岸至水
際斜長驗同休格乃以定隅二萬四千六百四十九

萬為實先以一為隅開平方得一百五十七為同休
法次以竣定實四千一百九十一萬二千六百七十
六尺為實亦以一為隅開平方得六千四百七十四
尺為同休實實如同休法一百五十七而一求等得
一俱以一各約之其法與餘只得此數乃直命之得
四丈一尺一百五十七分尺之三十七為涸岸斜長
至水際求退水深置岸高五尺自乘得二十五為岸
高累乘竣定實四千一百九十一萬二千六百七十

六尺得一十億四千七百八十一萬六千九百為深
泛以去岸一十二尺自乘得一百四十四尺為去岸
冪併岸高冪二十五尺得一百六十九尺以乘竣定
隅二萬四千六百四十九得四百一十六萬五千六
百八十一為隅泛置二泛求等得一百六十九俱約
二泛得六百二十萬一百為定實得二萬四千六百
四十九為深定隅開連枝平方得水退立深驗同休
格乃以深定隅二萬四千六百四十九為實先以一

為隅開平方得一百五十七為同休法次以深實實
六百二十萬一百為實亦以一為隅開平方得二千
四百九十為同休實實如法一百五十七而一得一
十五尺不盡一百三十五與法求等得一俱以一各
約法與只得此數乃直命之得一丈五尺一百五十
七分尺之一百三十五為水退立深數也

按此條術雖甚繁理數皆極精密非兼通於勾
股通分之法者不能立也但累乘累除錯綜變

目高求乙辛竝斜自丁點與丙甲平行相等作
丁辛線自乙點與丙丁並行作甲作乙辛線自
丁點與戊甲平行作丁壬點得壬丁辛勾股形
內有乙丁辛勾股形一與乙丙丁辛等有乙丁
壬三角形一與甲乙戊形同式法當以己庚小
股乘庚辛大勾以甲庚小勾除之得壬辛大股
次以乙丁三小角形下斜邊乘甲乙戊形直邊
以乙辛減壬辛餘壬乙為乙丁壬形直邊為法

除之得乙戌為甲乙戌形下斜邊即所求臺址
至水際之峻斜其法只用一除兩次甚屬易簡
即遇數不盡者以通分御之再加一二次乘除
可以乃必增至十餘次多者始欲窮數之變就
一題以為諸法之例非徒為繁難也試依術內
遞次乘除之數逐條細論之

出竿

甲庚

乘高臺

乙甲

為段去址

乙丙

乘段為闕率

原名闕
泛約之

為闕率今
即為闕率

為去址乘臺高出竿長冪之數闕率自乘

為闊冪即如去址冪乘臺高出竿長冪自乘之數又
即如去址冪乘臺高冪又乘出竿冪之數

岸高

丙丁

乘段為淺率

原名淺泛約之為
淺令即淺淺率

為岸高乘臺

高出竿長冪之數淺率自乘為淺冪即如岸高冪乘
臺高出竿長冪自乘之數又即如岸高冪乘臺高冪
又乘出竿冪之數

併闊冪淺冪為淺冪為竝冪

乙

冪乘臺高出竿長

冪自乘之數又即如小斜冪乘臺冪又乘出竿冪

之數

闊冪峻冪相乘為上數即如小斜冪乘去址冪又乘
臺高冪自乘又乘出竿冪自乘之數

闊率淺率相乘為寄數即土去址岸高相乘又乘臺
高冪又乘出竿冪之數

去址目高巳庚相乘為約率即如出竿乘壬辛

臺高乘闊率即如去址乘臺高冪又乘出竿之數又
以約率乘之即如去址壬辛相乘冪又乘臺高冪又

乘出竿冪之數內減寄數餘去址壬乙相乘冪又乘
臺高冪又乘出竿冪之再自乘之隅數即如壬乙
冪乘去址冪又乘臺高冪自乘又乘出竿冪自乘之
數

上數隅數內去址冪臺高冪自乘出竿冪自乘各數
皆同則用上數乘隅數除即如用小斜冪乘壬乙冪
除矣以臺高冪乘上數若以隅數除之即得歧斜戊
冪但數不能盡故約之帶隅數開平方所謂連枝同

休法也至闊泛淺用于乘數約泛用于除數故可兩
 邊同約又為省算也求水立深同此

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--

☰☷=○-丁

☷-☷

☷☰丁

☷☰丁

-丁☷☷

☷-☷

☷☰丁

☷-☷

-丁☷☷

-丁☷☷

☰☷=○-丁

☷○

|-≡≡≡||°°

≡|≡≡≡°

≡|≡≡≡°

≡°

±≡≡-≡≡±°

≡≡≡±

±≡≡-≡≡±°

||≡≡≡±°

|||°

上-|||○|||○|||≡T○

≡||≡|=T±T

-○≡||≡|||T≡T○|||○

||≡T≡|||

=|||≡○○|||○

<p>○</p> <p>十 三 十 三</p> <p>一 三 二</p>	<p>一 三 二</p> <p>二 三 一 三 二</p> <p>一</p>	<p>十 三 十 三</p> <p>三 三 一 二 十 一</p>

—||

—||

|≡|||

≡|||

||||

||||

≡|||

≡|±| = T ± T

—○ ≡ T ± | T

≡ |

T

|≡ T

丁二〇〇 | 〇〇

一〇 ≡ 丁 ≡ 丁 ≡ 丁 ≡ 丁 ≡ 〇〇

| 丁 丁 丁

|| ≡ 丁 ≡ 丁 丁

||| 丁 ≡ 丁 ≡ 丁 |

|| ≡ 丁 ≡ 丁 丁

| 丁 丁 丁

||| 丁 ≡ 丁 ≡ 丁 |

九
之
二
八
子

數
學
九
章

七
九

||≡|||○

|≡π

=|||≡○

|≡π

||≡T≡|||

T=○○|○○

○

○

|

|

一 ䷀

䷃ ䷀

䷃ ䷀

一 ䷀

一 ䷃ ䷀

一 ䷃ ䷀

一 ䷀

䷃ ䷀

䷃ ䷀

陟岸測水

問行師遇水須計篋纜搭造浮橋今垂繩量陟岸高山
丈人立其上欲測水面六闊以六尺為矩平持去目
下五今矩本抵頤遙望水彼岸與矩端岸相合又望
水此岸沙際入矩端三尺四寸人目高五尺其水面
闊幾何

答曰水闊二十三丈四尺六寸

按應二十
三丈八尺

術曰以勾股重差求之置短去目下寸為法以人目

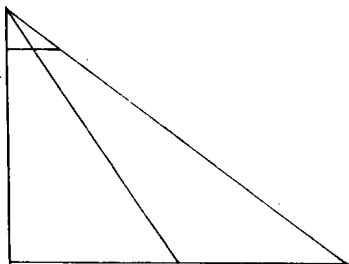
併岸高減去法

按減法誤

餘乘人矩端為實如法而一得

水闊陡岸測水圖

按舊圖畫岸水視線不能在術前今改正移於此



草曰置矩本去目下五寸

為法以入目高五尺併岸

高三丈得三丈五尺通為

寸得三百五十寸減去五

寸餘三百四十五寸乘沙

際入矩端三十四寸得

一萬一千七百三十寸為實實如法五寸而一得二千三百四十六寸展為二十三丈四尺六寸為水闊

合問

按測望諸線皆合于人目之一點其高正當自人目計之今減去人目距矩自矩下計之不得其理矣

表望方城

問敵城不知廣遠傍城南山原林間房之林際有木二

株南北相去一百六十步遙與城東方面參相直乃
于二水之東相對立兩表表間與木四方平人目以
繩維之人自東後表向西行一十步望城東北隅入
東前表一十五步又望城東南隅入東前表四十八
步強半步里法三百六十欲知其方廣及相去幾何
答曰城東廣各一十二里三百二十步 城去木
九里三百二十步

按答數皆誤今推得城方廣各一十一里二百

二十步又三十一分步之二十城東南隅至北
木一里九十九步又三十一分步之一十二

術曰以勾股重差求之置城東南隅景入表減表間
餘乘表間為城去木冥以西方步減城東北隅景入

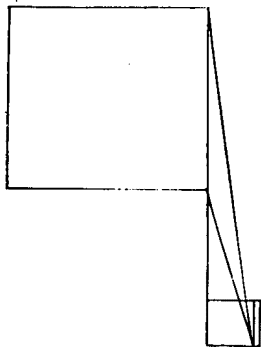
表餘為法按此句法誤得城去木數以城東北隅景入表

減表間餘乘表間為廣實實如前法而一得城廣

按此所得乃城東北隅至前
木之遠以為城廣數誤也

表望方城圖

按舊圖畫城南二木與城東面不
城一直線在街前今改正移于此



草曰以西行一十步減東

北隅入表一十五步餘五

步為法以城東南隅景入

表四十八步七分半減表

間一百六十步餘一百一

十一步二分半乘表間一

表六十步得一萬七千八百為城去木寔以法五步

除之按誤同上得三千五百六十步以里

法三百六十約之得九里三百二十步為城去木里
及步數 次置城東北隅京十表一十五步減表間
一百六十餘一百四十五步乘表間一百六十得二
萬三千二百為減實以以前法五步除之得四千六
百四十步以里法三百六十約之為一十二里三百
二十步即城方廣里及步數

按誤亦
同上

合問

按此題之要在二本與城東面成一直面方城
與表木方形各邊俱平西行減城東南隅入表

之較與表間成小勾股形城東南隅入表間表
間之表與城東南隅至前木成大勾股形此二
形同式可以相比故術草中第二求以城東北
隅入表減表間之餘乘表間為實以西行步減
城東北隅入表之餘為法除實是也但所得為
城東北隅至前木之遠以為城廣則誤矣又西
行步減城東南隅入表之較與表間成小勾股
形城東南隅入表減表間之較與城東南隅至

前木成大勾股形此二形亦同式可以相比以
城東南隅入表減表間之餘乘表間為實應以
西行步減城東南隅入表之為法除之即得城
東南隅之前木之遠術草中以西行步減城東
北隅入表之餘為法故得數大七倍餘既得城
東面南北二隅距前木之遠則相減為城廣可
知矣

遙度城

問有圓城不知周徑四門中開北外三里有喬木出南

門便折東門九里乃見木欲知城周徑各幾何

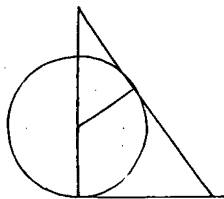
圓用故法

答曰徑九里 周二十七里

術曰以勾股夕桀求之一為從隅五因址外里為從七廉置北里冪八因為從五廉以址里冪為正率以東行冪為負率二率差四乘北里為益從從三廉倍負率成五廉為益上廉以北里乘上廉為實開玲瓏九乘方得數自乘為徑以三因徑得周

遠度圓城圖

舊圖畫城柙在街
前今刪改移于此



草曰以一為從隅以五因

北三里得一十五里為從

七廉以北三里自乘得九

里為正率以八因率得七

十二為從五廉以西行見

里自乘得八十一為負率以正率九減負率餘七十

二位負差以四因之得二百八十八以乘北三里得

八百六十四條負差所乘者為益三廉倍負率八十
一得一百六十二乘五廉七十二得一萬一千六百
六十四為益上廉以北三里乘上廉得三萬四千九
百九十二為實置實廉隅玲瓏空隅位方廉以約實
衆法不可超進乃于實上定商三里其隅與商相生
得三為從下廉又與商相生入從七廉共得二十四
為星廉又與商相生得七十二為從六廉又與商相
生入五 內共得二百八十八又與商相生得八百

六十四為從四廉又與商相生得二千五百九十二
為正三廉內消益三廉八百六十四訖餘一千七百
二十八為從三廉又與商相生得五千一百八十四
為從二廉又與商相生得一萬五千五百八十二為
從上廉內消益上廉一萬一千六百六十四訖餘三
千八百八十八為正上廉又與商相生得一萬一千
六百六十四為從方乃命上商三里除實適盡得三
里以自乘之得九里為城圓徑之里數又以故法圓

率三因之得二十七為城周

一

||||

|||

—||||

|||

|||

||||

||||

—||

||||

||||

—||

||||

—||

—||

||||

䷋

|||

䷋

○

䷋

||

䷋

䷋

䷋

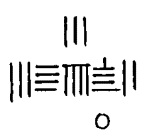
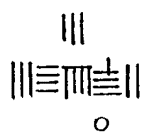
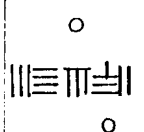
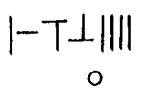
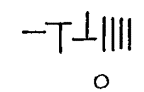
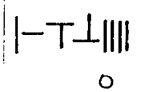
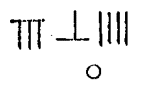
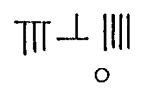
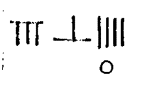
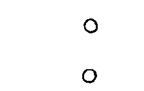
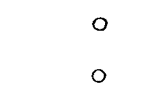
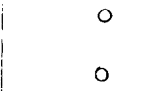

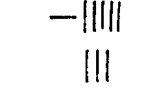
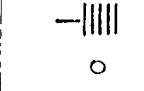
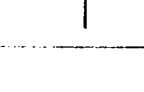


||

䷋

○

以上求率圖以後開方圖實與益皆負畫黑商與
從皆正畫朱

按商實負字旁書已明今皆用黑

取至五乘方猶自以為煩此題非甚難者乃取
至九乘方蓋未得其要也細校術草中廉隅積
實之數與立天元一法自然相生者迴殊且凡
立天元一法開方後未有不得所求之數者今
得數自乘始為所之數尤于古人立法之意不
合爰另立取法並步算之式於後

法立天元一為圓城徑加三里得三里多一元
為大股自之得九里多六元多一平方為大股

冪九里為大勾自得之八十一里為大勾冪相
併得九十里多六元多一年方為大弦冪又以
大股為小勾弦和三里為小勾弦較和較相乘
得九里多三元為小股冪二分天元之一為小
勾加小勾三里得三里多二分元之一為小弦
自得之九里多三元多四分平方之一為小弦
冪乃以小冪與大股冪相乘得八十一里多八
十一元多二十九平方又四分平方之一多四

立方又二分之一多四分三乘方之一寄之又
以大弦冪與小股冪相乘得八百一十里多三
百二十四元二十七平方三立方與寄數等兩
邊各減八十一里三百二十四元二十七平方
三立方得四分三乘方之一多一立方二平方
又四分平方之一少二百四十三元與七百二
十九里等各以四乘之得一三乘方多六立方
九平方九百七十二元與二千九百一十六里

等乃以里數為實以元數為益方平方數為從
上廉立方數為從下廉三乘方數為隅開帶縱
三乘方得九里為城徑開方式附後

法列寔及方廉隅數約商九
里乃以隅生商得九入下廉
得一十五又以下廉生商得
一百三十五入上廉得一百
四十四又以商生上廉得一

千二百九十六以消益方得二百二十四為從
方以商生從方得二千九百一十六減實恰盡
為開得三乘方為九里即城徑也



數學九章卷四上

欽定四庫全書

子部

數學九章卷

四下
五上

詳校官欽天監博士臣古之確

靈臺郎臣倪廷梅履勘

總校官候補中允臣王燕緒

校對官編修臣孫希旦

謄錄監生臣張龍圻

欽定四庫全書

數學九章卷四下

宋 秦九韶 撰

測望

望敵圓營

問敵臨河為圓營不知大小自河南岸至其地七里於其地立兩表相去二步其西表與敵營南北相直人退西表一十二步遙望東表適與敵營圓邊參合圓法用密率里法三百六十欲知其營周及徑各幾何

答曰營周六里一百二步七分步之六 徑二里

按答數有誤營周係六里七十六步又二萬一千九

百二十一分步之四千九百四十八徑係一里三百

五十一步又一千七百零三分步之九百九十九

術曰以勾股夕祭求之置表間自乘為勾幕以退表自

乘為股幕併二幕為弦幕置里通步自之乘勾幕為率自

乘為泛實

按此數當即為實開帶從方今不副平方乃以此數自乘並以此數并他數開帶從三乘方不合

半弦

幕乘率為泛從上庶

按半弦幕即半弦自乘又倍之之數

以勾幕減股幕餘

四約之

按此即半勾半股
各自乘相減之數

自乘為泛益隅

三泛可約
之為定

開連枝三

乘玲瓏方得營徑以密率二千二乘七除為周

望敵圓營圖

按舊圖在
岸後畫河

水令剛改
移於此

乘表
四表

八月



草曰置表間二步自乘得四為

勾冪以退表一十二步自乘得

一百四十四為股冪以勾股二

冪併之得一百四十八為弦冪

置七里以里法三百六十步

通之得二千五百二十步自乘

得六百三十五萬四百乘勾冪四得二千五百四十
萬一千六百為率以率自乘得六百四十五萬二千
四百一十二億八千一百五十六萬為之實乃半弦
冪得七十四乘率二千五百四十萬一千六百得一
十八億七千九百七十一萬八千四百為泛從上廉
以勾冪四減股冪一百四十四餘一百四十以四約
之得三十五以自乘得一千二百二十五為泛益隅
置三泛求等得一千二百二十五

按即泛
益隅

俱以約之

得五千二百六十七億二千七百五十七萬七千六百為定實一百五十三萬四千四百六十四為從上廉一為定益隅開玲瓏三乘方乃以廉隅超二度約商置七百上廉為一百五十三億四千四百六十四益隅為一億乃以上商生隅得七億為益下廉又以上商生益廉減從廉餘一百四億四千四百六十四萬為從上廉又以上商生從廉得七百三十一億一千二百四十八萬為從方乃命上商除實實餘一百

四十九億四千二十一萬七千六百又以上商生益
隅入下廉得一十四億為益下廉又以上商生益廉
得益上廉減從廉餘六億四千四百六十四萬為上
廉又以上商生上廉入方得七百七十六億二千四百
九十六萬為方又以上商生益隅入下廉得二十一
億又以上商生下廉為益上廉減從廉餘一百四十
億五千五百三十六萬為益上廉又以上商生益隅
入下廉得二十八億諸法皆退方一退為七十七億

六千二百四十九萬六千益上廉再退為一億四千
五十五萬三千六百益下廉三退為二百八十萬益
隅四退為一萬乃於上商之次續商置二十步以續
商生隅入下廉為二百八十二萬又以續商生下廉
入上廉為一億四千六百一十九萬三千六百又以
續商生上廉減從方餘七十四億七千一十萬八十
八百乃命續商除實適盡所得七百二十步以里法
約之得二萬為營徑次以密率二十二乘七百二十

得一萬五千八百四十為實以七除之得二千二百
 六十二步七分步之六以里法約之得六里一百二
 步七分步之六為營周

表間

||

表間

||

勾幕

||| 步

退表

-||

退表

-||

股幕

| ||| 步

勾幕

|||

股幕

||| |||

注幕

||| ||

里數

||

里法

||| 上 〇 步

得步

||| || 〇

☰☷☱☲☳☴☵☶☷ ○○○○ 泛資

☷☷☷☷☷ ○ 得

☷☷☷ ☵ 半挂幕

☷☷☷☷ ○ 得

☷☷☷☷☷ ○ ☰ ○ ○ ○ ○ 率 ☰☷☷☷☷☷ ○ ○ ○ ○ 得幕

☷☷☷☷☷ ☷☷☷☷☷ ☷☷☷☷☷ ☷☷☷☷☷ ○ ○ 泛從慮

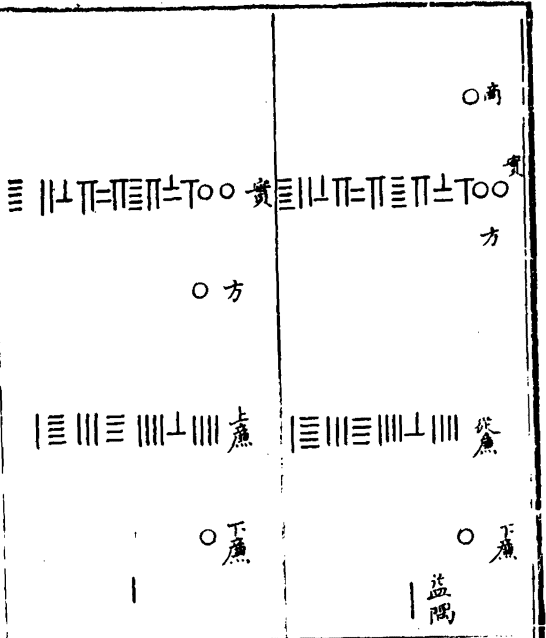
☷☷☷

☷☷☷☷ ☵ 勾幕

☷☷☷☷☷ ○ ☰ ○ ○ ○ ○ 率

☷☷☷☷ ☵ 股幕

☷☷☷☷☷ ○ ☰ ○ ○ ○ ○ 率



<p>同前各進</p>	<p>空方一進 從上爻二進 空下爻三進 益隅四進</p>
-------------	--

商

商 方

方

從上廉

下廉

隅

以商生上廉
得從方

商

商 方

方

從上廉

益上廉

益下廉

隅

以益上廉消
從上廉
餘是從上廉

商
π○○
|≡≡≡≡○=|±T○○實

商
π○○
|≡≡≡≡○=|±T○○實

方
π±T=|||≡T○○

方
π±T=|||≡T

下
T≡|||±||| 下

上
T≡|||±||| 上

下
=|○○ 下

下
-|||○○ 下

隅
又以商生下
庶得益上

隅
仍以商復生
隅入下

商

商

實

方

上
下
商

上
下
商

下
商

下
商

隅

隅

續以商生隅
入下商

從方一退
上商再退
下商三退
益隅四退

π = 〇 商

| ≡ π π ≡ 〇 = | ± π 實

± π ± | ≡ π π ± 〇 〇 方

| ≡ π - π ≡ π 上 廉

|| ± || 〇 下 廉

| 隅

再以商生上
廉消從方

π = 〇 商

| ≡ π π ≡ 〇 = | ± π 〇 實

= π ± || ≡ π π ± 〇 〇 方

| ≡ 〇 ≡ π π ≡ π 上 廉

|| ± || 〇 下 廉

| 隅

又以商生下
廉入上廉

勾冪之較比半股自乘數小一半勾自乘數故
得數較大若轉求表間及退步必與原數不合
試以相去七里為大勾弦和營徑三里為倍大
勾相減得五里為大勾弦較和相乘得較三十
五為大股冪大勾弦里自之仍得一為大勾冪
置小勾冪四步以大股冪乘之得百四十步
以大勾冪除之仍得一百四十步為小股冪比
原小股冪少四步其術之疎可知矣設用平方

法如左

法立天元一為營徑相去七里通為二千五百
二十步為大勾弦和相減得二千五百二十步
少一元為大勾弦較和較相乘得六百三十五
萬零四百步二千五百二十元為大少股冪天
元一半之以減相去步得二千五百二十步少
二分天元之一為大弦自之得六百三十五萬
零四百步少二千五百二十元多四分平方之

一為大弦冪退步十二為小股自之得一百四十四步為小股冪表間二步為小勾自之得四步為小勾冪相併得一百四十八步為小弦冪以小弦冪乘大股冪得九億三千九百八十五萬九千二百步少三十七萬二千九百六十元寄之又以小股冪乘大弦冪得九億一千四百四十五萬七千六百步少三十六萬二千八百八十元多三十六平方與寄數為相等兩邊各

減九億一千四百四十五萬七千六百步各加

三十七萬二千九百六十元得二千五百四十

萬零一千六百步 即街中車數 與三十六平方多一

萬零八十元等三數求總等得三十六約步數

得七十萬零五千六百為長方積為實約元數

得二百八十為從方為長闊較約平方數得為

隅用帶從平方法開得闊七百一十一步又一

千七百零三分步之九百九十九為營徑步以

密率用二十二乘之徑七除之得二千二百三十六步又一萬一千九百二十一分步之四千九百四十八為營周步各以里率收之得營周六里七十六步又一萬一千九百二十一分步之四千九百四十八營徑一里三百五十一步又一千七百零三分步之九百九十九還原之法置營徑步數通分納子得一二一一八三二分為倍大勾分數又以分母通相去步得四二

九一五六 分為大勾弦和分數二數相減餘

三 七九七二八分為大勾弦較分數和較分

數相乘得一三二一六八三七四五六八

分為大股冪分倍大勾分折半得六 五九一

六自之得三六七一三四一九九 五六分

為大勾冪分及以小勾冪四步乘大股冪分得

五二八六七三四九九八二七二 分以大勾冪

分除之得一百四十四步為小股冪與原數合

此猶用西表相去步也若細較之當用人目相去步則營周當多十二步餘營徑當多四步不足也

望知敵衆

問敵為圓營在水北平沙不知人數謀稱彼營布卒占地方八尺我軍在水南山原於下立表高八丈與原山腰等平自表端引繩虛量平至人足三十步人立其處望彼營北陵與表端參合又望營南陵入表端

八尺人目高四尺八寸以圓密率入重差求敵衆合
得幾何

答曰敵衆八百四十九人

按數不合應二百七十三人其故詳革後

術曰以勾股乘之置人退表步

按此條誤法
應置表高

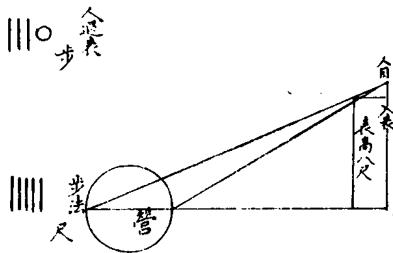
乘入表

為實以人目高為法除之得徑以密周率乘徑得數
為實以密徑率因人立為法約之得外周人數餘收
為一副置加六以乘副得數為實如一十二而一餘

亦收為全

望知敵眾圖

按舊圖畫山水在所
而今刪改持於此



草曰置人立退表三十步以步
 法五尺展為五十寸通之得一
 千五百寸乘入表八尺得一十
 二萬寸為實

三〇寸

五〇〇寸

以人目高四十八寸為法除之

||○○○寸

±○○寸
入長

—|||○○寸

|||○○ 為徑

—||○○○寸 實

≡|||寸

以密率周法二十二乘徑二千五百得五萬五千寸
為實

|||○○ 為徑

|| 密周

|||≡○○ 實

以密率徑法七因謀稱人立八尺得五百六十為法

密徑法

π

≡

≡

○ 八立

○ 法寸

○ 商

○ 實寸

○ 法寸

以法五百六十寸約實五萬五千寸得九十八人

為外周人數不盡一百二十寸棄之

外周

弃余寸

≡

≡

≡ 不盡

≡ 法

副置外周九十八人加六得一百四人乘副為實

副 $\equiv \equiv \equiv$

正 $\equiv \equiv \equiv$

圓差 Γ

得 $| \equiv \equiv \equiv$

商 \circ

實人 $| \equiv \equiv \equiv$

法 $- ||$

以十二為法

商 $\circ \circ$

實 $| \equiv \equiv \equiv$

法 \equiv

以法退一步

商

商

商

實

實

實

法

法

法

法進商八百

法退商四十

得八百四十九
為敵象不盡
棄之

按此術應置表高加人目高以八表棄之誤置
退步以八表乘之故人數差多二倍蓋思省偶

欽定四庫全書
卷四下
未至耳至求人數先用密率次用東箭法亦未
盡合題問今依其數各步於後

求營徑置表高八丈加人目高四尺八寸得八
丈四尺八寸以八表八尺乘之得六萬七千八
百四十寸以人目高除之得一十四丈一尺三
寸又三分寸之一為營徑蓋以表高加人目高
為大股營徑為大勾較人目高為小股入表為
小勾較置大股以小勾較乘之以小股除之即

得大勾較也

求人數用密率置徑為實倍每人占地八尺得

一十六尺為法除實得八為外層數加最內一

層得九為共層數餘一十三尺三寸又三分寸

之一為最內徑以最內徑與最外徑

即替徑

相加

以九層乘之折半得六百九十六尺為九層共

徑數以密周率二十二乘之得一萬五千三百

一十二尺為實以密率七乘每人占地八尺得

五十六尺為法除之得二百七十三人餘三尺
又七分尺之三棄之此法應先求得內外圓周
再求九層共周數今先求九層共徑數然後變
為圓周其理一也

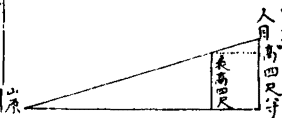
望敵遠近

問敵軍處北山下原不知相去遠近乃於平地立一表
高四尺人退表九百步步法遙望山原適與表端參
合人目高四尺八欲之敵軍相去幾何

答曰一十二里半

術曰以勾股求之重差入之置人目高以表高減之
餘為法置退表乘表高為實實如法而一

望敵遠近圖



草曰置人目高四尺八寸減表
高四尺餘八寸為法置退表九
百步以步五十寸通之得四萬
五千寸乘表高四十寸得一百
八十萬寸為實如法八寸而一

得二十二萬五千寸以步法五十寸約之得四千五百步為相去步以里法三百六十步約之得一十二里半為敵去表所合問

表望浮圖

問有浮圖欹側欲換塔心木不知其高去塔六丈有利

竿亦不知其高竿本去地九尺二寸始釘錡

接錡原本
作錡

正 个改錡一十四枚枚長五寸每錡下股相去二尺五

寸就竿為表人退竿三丈遙望浮圖尖適與竿端斜

合又望相輪之本影錫第七枚上股人目入去地四

尺八寸心木放三尺為準

按準原本作
植今改正

卯剪截欲求

塔高輪高合用塔心木長各幾何

答曰塔高一十一丈七尺 相輪高三丈 塔身

高八丈七尺 竿高四丈二尺二寸 塔心

木九丈內三尺為剪截穿鑿準卯

按塔高竿高二數合相輪高塔身高塔心木長

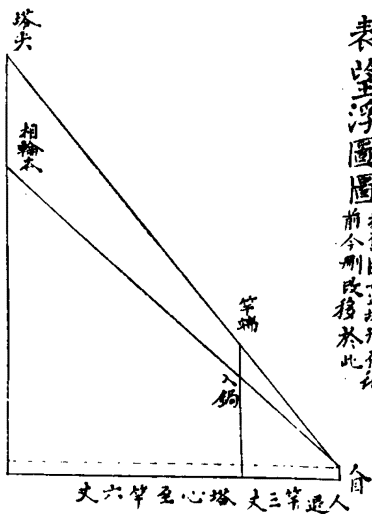
三數俱誤相輪高四丈五尺塔身高七丈二尺

金月口口口
塔心木長七丈五尺說詳草後

術曰以勾股求之重差入之置錫數減一餘乘錫相
去數併一枚長數加竿本共為表竿高以退表為法
以人目高減表竿高餘乘竿去塔為實實如法而一
得數加表竿高共為塔高置相輪入本錫數減一餘
乘錫相去又乘竿去塔為實實如法而一得相輪高
按未加人錫
人教法誤以減塔高餘為塔身高以益準卯尺數
為塔心木長

表望浮圖圖

按舊圖畫塔形在術
前今刪改務於此



草曰置錫一十

四枚減一餘一

十三以乘錫相

去二尺五寸得

三百二十五寸併

最上錫一枚長

五寸得三百三十寸又加竿本九尺二寸共得四百

二十二尺為表竿高以人退表三丈通為三百寸為

法次以人目高四尺八寸減表竿高四百二十二寸
餘三百七十四寸以乘竿去塔六丈得二十二萬四
千四百寸為實實如法三百兩一得七百四十八寸
加表竿高四百二十二寸得一千一百七十寸以十
約之為一十一丈七尺為塔高置相輪本入第七鍋
減一餘六以乘鍋相去二尺五寸得一百五十寸又
乘竿去塔六丈得九萬寸為實實如前法三百寸而
一得三百寸約為三丈得相輪高

按不加八鍋即
為相輪高誤以

相輪高三丈減塔高一十一丈七尺餘八丈七尺為

塔身高

按此數及塔心木數皆因上數而減

益三尺為剪裁準卯共得

九丈為塔心木長合前問

按此皆大小形同式相求法也人目去塔為總
勾人目上塔尖高塔身皆為總股高相輪高為
總股較人目去竿為分小勾人目上竿高及相
輪本入竿高俱為分小股相輪本入竿為小股
較竿去塔為分大勾術以竿去塔分大勾與小

勾股乘除得大股數加小股為總股故塔尖高
數合以大勾與小勾小股較乘除得大股較數
即為總股較故相輪高數少一小股較一丈五
尺也塔身高塔心木長皆本此數加減而得故
誤數相等

數學九章卷四下